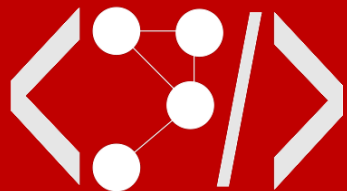


Deskripčná logika

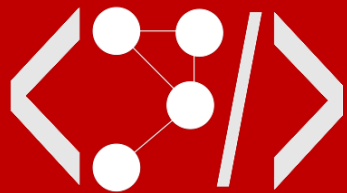
UINF/SWB: Sémantický web

podľa <http://www.inf.unibz.it/~franconi/dl/course/>



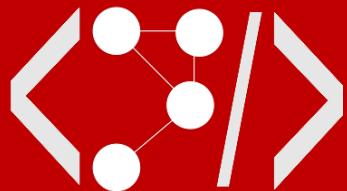
Ontológie v logike prvého rádu

- jazyky ontológií = sada obmedzení, ktorú by mal splniť svet, ktorý nás zaujíma
- **interpretácia** ontológie:
 - sada **všetkých platných** popisov sveta
 - všetky (konečné) **štruktúry, ktoré spĺňajú** obmedzenia ontológie
- formalizácia interpretácie:
 - namapujeme **ontológiu na formuly** logiky 1. rádu
- interpretáciu ontológie tvoria všetky modely teórie logiky prvého rádu, ktoré vzniknú mapovaním



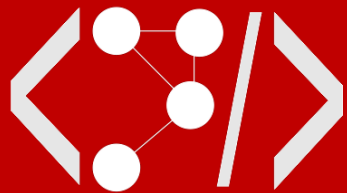
Spomienka na logiku: termy

- premenná je term
- konštantový symbol je term
- n -árny funkciový symbol f aplikovaný na n termov je term



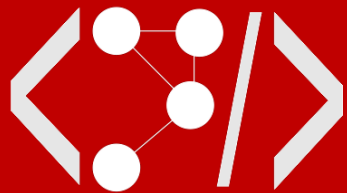
Spomienka na logiku: formuly

- triviálna formula: **True/False**
- pre termy T, S je výraz **$T = S$** formulou
- predikát je formula, nazývaná aj atomická formula
- negácia formuly je formula
- konjunkcia, disjunkcia, implikácia, ekvivalencia je formula
- kvantifikovaná formula je formula



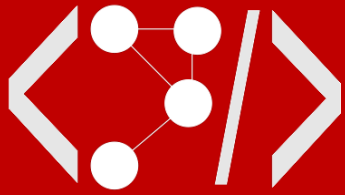
Spomienka na logiku: interpretácia

- interpretácia = mapovanie + doména
 - premenné na prvky domény
 - konštanty na prvky domény
 - funkciové symboly s aritou n na konkrétne n -árne funkcie
 - predikátové (relačné) symboly na relácie prvkov z domény



Interpretácie, splniteľnosť, modely

- interpretácia je **modelom** formuly = formula je v danej interpretácii pravdivá
- formula je **splniteľná**, ak má aspoň jeden model
 - inak je nesplniteľná
- **teória** (množina formúl) je **splniteľná**, ak sú splniteľné všetky jej formuly

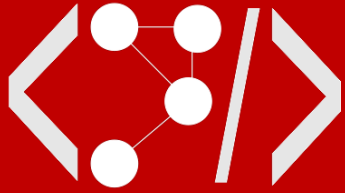


Interpretácia

- dvojica $\mathcal{I} = \langle \mathbf{D}, \cdot^{\mathcal{I}} \rangle$ kde $\mathbf{D}$ je ľubovoľná neprázdna množina $\mathbf{D} = \Omega \cup \mathcal{B}$
- Ω : abstraktná doména pre entity
- $\mathcal{B}$: zjednotenie disjunktných množín, ktoré predstavujú zoznam povolených hodnôt pre každú základnú doménu

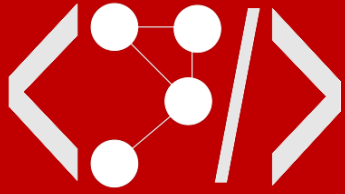
$\mathcal{B} = \cup_{i=1}^m \mathcal{B}_{Di}$. $\mathcal{B}_{Di}$ is the set of values associated with each basic domain (i.e., integer, string, etc.); and $\mathcal{B}_{Di} \cap \mathcal{B}_{Dj} = \emptyset, \forall i, j. i \neq j$

Ω is the abstract entity domain such that $\mathcal{B} \cap \Omega = \emptyset$.



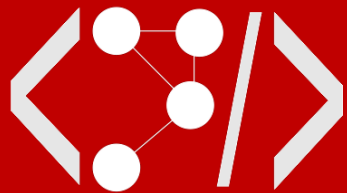
Deskripčná logika

- zjednocujúci formalizmus pre nástroje reprezentácie
 - frame-based (systémy založené na rámcoch)
 - sémantické siete
 - objektovo orientované reprezentácie
 - sémantické dátové modely
 - ontologické jazyky
 - ...



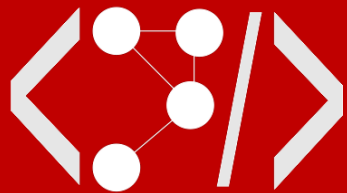
Formalizmus

- DL formalizuje viacero objektovo-orientovaných reprezentácií
- odstraňuje nejednoznačnosti prítomné v nepresných reprezentáciách



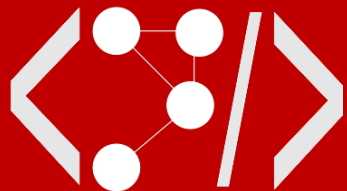
Deskripčná logika

- štruktúrovaná podforma predikátového počtu
- poskytuje teórie a systémy pre
 - **reprezentáciu** štruktúrovaných informácií
 - pre **prístup** k týmto informáciám
 - pre **odvodzovanie** v rámci nich



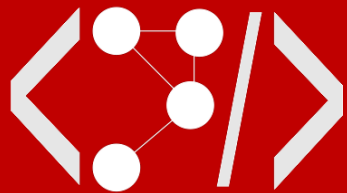
Štruktúrovaná logika

- každý z variantov deskripčnej logiky je fragmentom logiky prvého rádu
- reprezentácia je na úrovni uzavretých formúl: vo formalizme nie sú žiadne premenné
- každá základná deskripčná logika je podmnožinou logiky prvého rádu
 - bez funkcií
 - najviac tri mená premenných



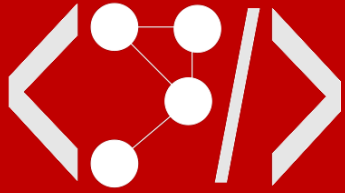
Prečo nestačí logika prvého rádu?

- logika 1. rádu bez dodatočných obmedzení:
 - rozpadne sa štruktúra znalostí
 - ťažko mať základ pre odvodzovanie
 - príliš veľká vyjadrovacia sila na získanie rozhodnuteľných a efektívnych odvodzovacích problémov
 - potenciálne primalá odvodzovacia sila na vyjadrenie zaujímavých a rozhodnuteľných teórií



Teória deskripčnej logiky

- definícia predikátov
 - TBox
 - terminologies
- tvrdenia nad konštantami
 - ABox
 - assertions



Elementy jazyka TBox

Koncepty

- označujú entity
- unárne predikáty
- triedy
- interpretácia:

$\{ x \mid \mathbf{\text{Študent}}(x) \}$

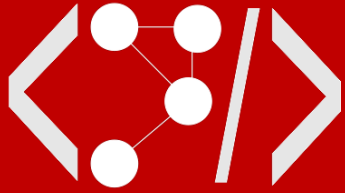
$\{ x \mid \mathbf{\text{Ženatý}}(x) \}$

Roly

- označujú vlastnosti
- binárne predikáty
- relácie
- interpretácia:

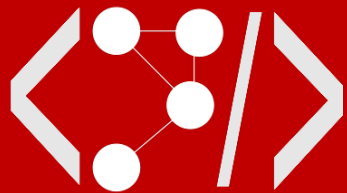
$\{ \langle x, y \rangle \mid \mathbf{\text{PRIATEĽ}}(x, y) \}$

$\{ \langle x, y \rangle \mid \mathbf{\text{MILUJE}}(x, y) \}$



Atomický koncept

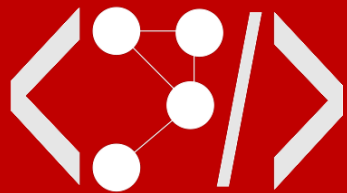
- Atomický koncept
 - **Študent, Zamestnanec, Ženatý**
 - Definovaný iba svojim názvom
 - Predikátový symbol
 - V konkrétnej interpretácii je množinou inštancií
 - Ekvivalent jednotlípovej DB tabuľky
 - Predikát, ktorý pre každú „svoju“ inštanciu vráti true



λ -výrazy

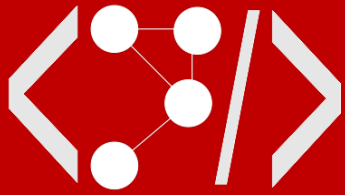
- λ je mechanizmus pomenovávania funkcií
- $\lambda(x). f(x)$ = funkcia, ktorá pre vstup x vráti $f(x)$
- platí: $(\lambda x. f(x))(a) = f(a)$
- vieme pomenovávať funkcie

$$f_{231} \doteq \lambda x. (x^2 + 3x - 1)$$
$$f_{231}(2) = 9$$



Definícia predikátov pomocou λ

- predikát = pravdivostná funkcia
- potom $\lambda x. P(x)$ je funkcia:
 - definičný obor: individuály z domény
 - obor hodnôt: pravdivostné hodnoty
- P potom určuje množinu individuálov, pre ktoré je pravdivá
- Ak $P(a)$ je pravdivé, tak pre a je predikát splnený
- a je rozšírenie P



Definícia predikátov pomocou λ

- pre unárny predikát **Osoba**:

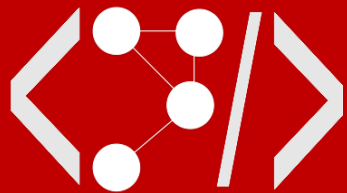
$$\mathbf{Osoba} := \lambda(x).\mathbf{Osoba}(x)$$

- tvrdí, že **Osoba** určuje množinu osôb:

$$\mathbf{Osoba}^I = \{ x \mid \mathbf{Osoba}(x) \}$$

$$\mathbf{Osoba}(\textit{peter}) \text{ akk } \textit{peter}^I \in \mathbf{Osoba}^I$$

- to isté pre binárny predikát:
- $\mathbf{PRIATEĽ} := \lambda(x, y).\mathbf{PRIATEĽ}(x, y)$
- $\mathbf{PRIATEĽ}^I := \{ \langle x, y \rangle \mid \mathbf{PRIATEĽ}(x, y) \}$



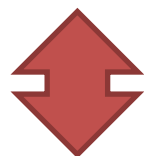
Zložitejšie (neatomické) koncepty

$$\text{Student} \sqcap \text{Worker} = \lambda x. (\text{Student}(x) \wedge \text{Worker}(x))$$

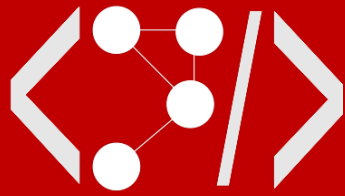
$$(\text{Student} \sqcap \text{Worker})^{\mathcal{I}} = \{x \mid (\text{Student}(x) \wedge \text{Worker}(x))\}$$

$$(\text{Student} \sqcap \text{Worker})^{\mathcal{I}} = \text{Student}^{\mathcal{I}} \cap \text{Worker}^{\mathcal{I}}$$

Študent $\sqcap$ $\exists$ PRIATEĽ.Ženatý



$\{x \mid \text{Študent}(x) \wedge \exists y. \text{PRIATEĽ}(x, y) \wedge \text{Ženatý}(y)\}$



Interpretácia konceptových výrazov

$$(\text{Student} \sqcap \exists \text{FRIEND.Married})^{\mathcal{I}}$$

=

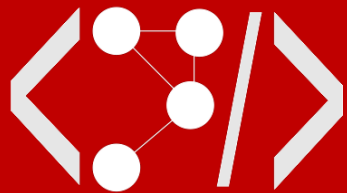
$$(\text{Student})^{\mathcal{I}} \cap (\exists \text{FRIEND.Married})^{\mathcal{I}}$$

=

$$\{x \mid \text{Student}(x)\} \cap \\ \{x \mid \exists y. \text{FRIEND}(x, y) \wedge \text{Married}(y)\}$$

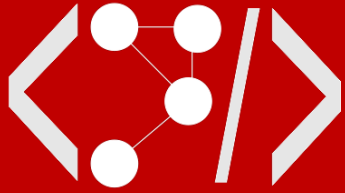
=

$$\{x \mid \text{Student}(x) \wedge \\ \exists y. \text{FRIEND}(x, y) \wedge \text{Married}(y)\}$$



Koncept ako λ -výraz

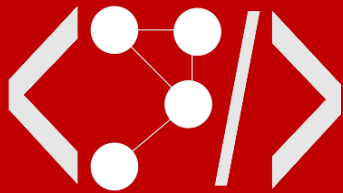
- Šťastlivec $\coloneqq$ Múdry $\sqcap$ $\exists$ DIEŤA. Bohatý
 - Je definovaný vlastnosťami, ktoré predstavujú obmedzenia, ktoré musia všetky jeho inštancie spĺňať
 - Každý objekt, ktorý tieto vlastnosti spĺňa, môže byť inštanciou
 - V interpretácii je to funkcia, ktorej keď podhodíme objekt, povie nám, či je to jeho inštancia
 - Niečo ako pohľad (view) v DB
 - Interpretovaný ako množina, ktorú vráti select



Kvantifikátory



- $\text{Žaba} \sqsubseteq \exists \text{MÁ-FARBU.Zelená}$
 - každá žaba je aj zelená
- $\text{Žaba} \sqsubseteq \forall \text{MÁ-FARBU.Zelená}$
 - každá žaba je len zelená



Jak vidíme barvy

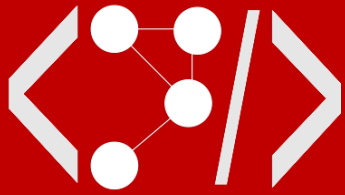
ŽENY



Šarlatová	Červená
Tmavě červená	
Rubínová	
Švestková	Fialová
Lilková	
Vínová	
Nachová	
Levandulová	
Starorůžová	Růžová
Jahodová	
Malinová	
Lososová	
Pomerančová	Oranžová
Melounová	
Žlutá	Žlutá
Citronová	
Limetková	
Hrášková	Zelená
Mechová	
Smaragdová	
Trávná	
Zelenožlutá	
Azurová	Modrá
Zelenomodrá	
Nebeská modrá	
Tyrkysová	

MUŽI





Kvantifikátory: existenčný

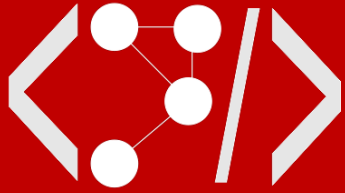


- Každá žaba je aj zelená
 - Žaba $\sqsubseteq \exists \text{MÁ-FARBU.Zelená}$

$$\forall x. \text{Frog}(x) \rightarrow \\ \exists y. (\text{HAS-COLOR}(x, y) \wedge \text{Green}(y))$$

Cvičenie: je toto modelom?

Žaba(oscar), Zelená(zelená), MÁ-FARBU(oscar, zelená),
Červená(červená), MÁ-FARBU(oscar, červená)



Kvantifikátory: všeobecný



- Každá žaba je len zelená
 - $\text{Žaba} \sqsubseteq \forall \text{MÁ-FARBU.Zelená}$

$\forall x. \text{Frog}(x) \rightarrow$

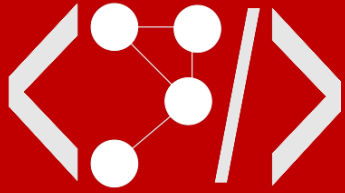
$\forall y. (\text{HAS-COLOR}(x, y) \rightarrow \text{Green}(y))$

Cvičenie: je toto modelom?

Žaba(oscar), Zelená(zelená), MÁ-FARBU(oscar, zelená),
Červená(červená), MÁ-FARBU(oscar, červená)

A toto?

Žaba(felix),
AGENT(felix, oscar)



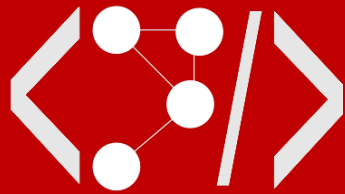
Objekty a triedy

- trieda Študent:

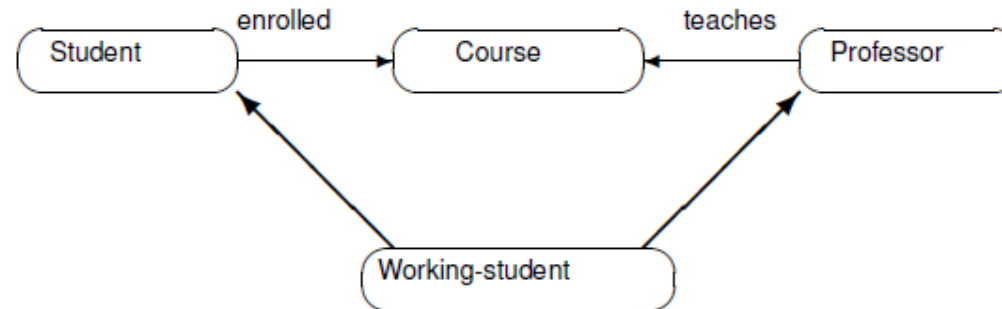
Osoba
Meno: String
Adresa: String
Zapísaný: [Predmet]

$$\{x \mid \text{Študent}(x)\} = \{x \mid \text{Osoba}(x) \wedge$$
$$(\exists y. \text{MENO}(x, y) \wedge \text{String}(y)) \wedge$$
$$(\exists z. \text{ADRESA}(x, z) \wedge \text{String}(z)) \wedge$$
$$(\exists w. \text{ZAPÍSANÝ}(x, w) \wedge \text{Predmet}(w))\}$$

Študent := Osoba
□ ∃ MENO.String
□ ∃ ADRESA.String
□ ∃ ZAPÍSANÝ.String



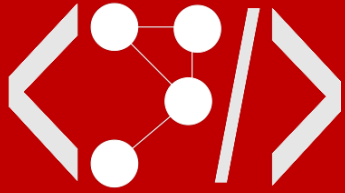
Sémantické siete



$\forall x. \text{Student}(x) \rightarrow$ $\text{Student} \sqsubseteq \exists \text{ENROLLED}.\text{Course}$
 $\exists y. \text{ENROLLED}(x, y) \wedge \text{Course}(y)$ $\text{Professor} \sqsubseteq \exists \text{TEACHES}.\text{Course}$

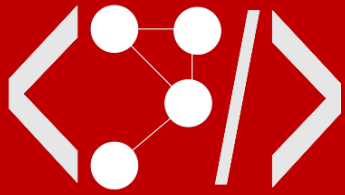
$\forall x. \text{Professor}(x) \rightarrow$ $\text{Working-student} \sqsubseteq \text{Student}$
 $\exists y. \text{TEACHES}(x, y) \wedge \text{Course}(y)$ $\text{Working-student} \sqsubseteq \text{Professor}$

$\forall x. \text{Working-student}(x) \rightarrow$
 $\text{Student}(x) \wedge \text{Professor}(x)$



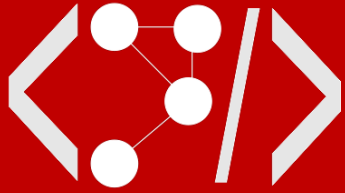
Analytické odvodzovanie [intuícia]

- Osoba
subsumuje
- Osoba, ktorá má priateľov, je lekárom
subsumuje
- Osoba, ktorá má priateľov, je chirurgom



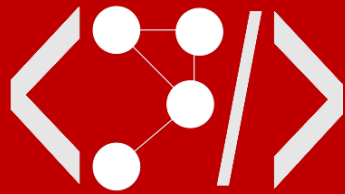
Analytické odvodzovanie [intuícia]

- Osoba, ktorá má aspoň dve deti
subsumuje
 - Osoba, ktorá aspoň troch synov
-
- Osoba, ktorá má aspoň tri malé deti
disjunktná s
 - Osoba s najviac dvoma deťmi



$\mathcal{FL}^-$ Logika

- zamerajme sa na najjednoduchšiu možnú **štruktúrálnu DL**:
- hovorme o jazyku logiky $\mathcal{FL}^-$
 - syntax
 - sémantika
 - problémy v odvodzovaní:
 - rozhodnuteľnosť
 - zložitosť
 - procesy v rozhodovaní:
 - korektnosť
 - úplnosť
 - asymptotická zložitosť

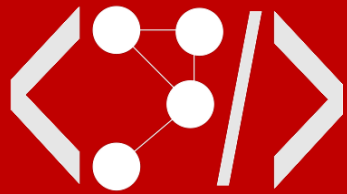


Gramatika

$$C, D \rightarrow A \mid C \sqcap D \mid \forall R.C \mid \exists R$$

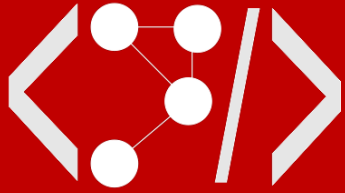
- $A \in \text{AtomickéKoncepty}$
- $R \in \text{AtomickéRoly}$
- $C \in \text{Koncepty}$

koncept ::= $\langle \text{atomický-koncept} \rangle \mid$
 $\langle \text{koncept} \rangle \sqcap \langle \text{koncept} \rangle \mid$
 $\exists \langle \text{atomická-rola} \rangle \mid$
 $\forall \langle \text{atomická-rola} \rangle . \langle \text{koncept} \rangle$



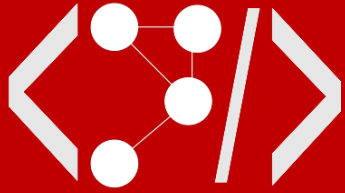
Alternatívna gramatika

```
koncept ::= ⟨atomický-koncept⟩ |  
          (:and ⟨koncept⟩...⟨koncept⟩) |  
          (:some ⟨koncept⟩) |  
          (:all ⟨atomická-rola⟩⟨koncept⟩) |
```



Intuitívna sémantika

- **Koncepty** = triedy = množiny individuálov
 - atomické koncepty: mená primitívnych konceptov
 - ďalej ich nedefinujeme
- **Roly** = vzťahy medzi dvojicami individuálov
- **:and** = zodpovedá konjugovaným konceptom
(:and Dospelý Samec Osoba)
 - v definícii môžeme spojiť viacero vlastností
 - využijeme nadkoncepty
 - realizujeme reštrikciu atribútov



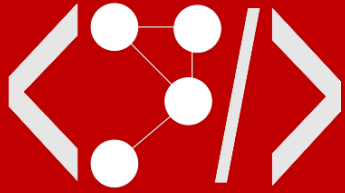
Kvantifikátory

:all

- reštrikcia konceptu na hodnoty atribútu
- x je (**:all R C**) akk
každý prvok v relačnom páre s x je konceptom C
- (**:all MÁ-DIEŤA Lekár**)
 - niečo, koho všetky deti sú lekármi
 - predpokladáme, že
 $\text{MÁ-DIEŤA}(x, y) = x$ je otcom y
- použité na obmedzenie hodnoty slotu v rámci

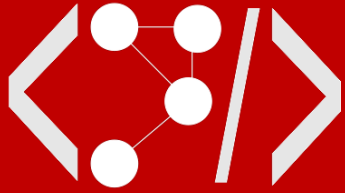
:some

- existuje aspoň jedna hodnota pre atribút
- x je (**:some R**) akk
existuje aspoň jeden prvok v relačnom páre s x
- (**:and Osoba (:some MÁ-DIEŤA)**)
 - reprezentuje koncept „rodič“
- spôsob ako zaviesť do rámca slot



Vzťah s databázami

- atomické koncepty = jednotípcové tabuľky
 - `CREATE TABLE Samec (VALUE VARCHAR)`
 - na dátovom type stĺpca nezáleží
 - prítomnosť riadka v tabuľke je ekvivalentné situácii, keď predikát vráti TRUE
- roly = dvojstĺpcové tabuľky
 - opäť nezáleží na dátových typoch
- **closed-world assumption**: elementy, ktoré nie sú v riadkoch, sú FALSE
- **open-world assumption**: o elementoch neprítomných v riadkoch nevieme nič skonštatovať

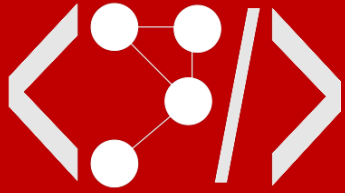


Vztáh s databázami

- (:all MÁ-DIEŤA Lekár)
 - SELECT MÁ-DIEŤA.x
FROM MÁ-DIEŤA, Lekár
WHERE MÁ-DIEŤA.y = Lekár.x

MÁ-DIEŤA.X	MÁ-DIEŤA.Y
Heraclides	Hippokrates
Hippokrates	Thessalus
Hippokrates	Draco
Vesalius	Anne

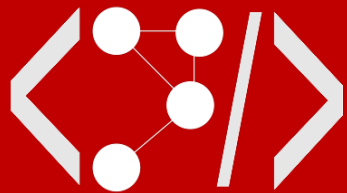
Lekár.X
Hippokrates
Thessalus
Draco
Vesalius
Schweitzer



Vztáh s databázami

- (:some MÁ-DIEŤA)
 - SELECT DISTINCT MÁ-DIEŤA.x
FROM MÁ-DIEŤA

MÁ-DIEŤA.X	MÁ-DIEŤA.Y
Heraclides	Hippokrates
Hippokrates	Thessalus
Hippokrates	Draco
Vesalius	Anne



Formálna sémantika

- Interpretácia $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ pozostáva z:

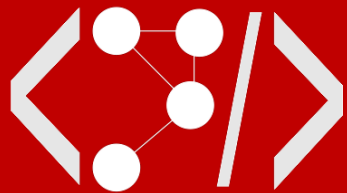
- domény: neprázdna množina $\Delta^{\mathcal{I}}$
- interpretačná funkcia mapujúca
 - každý koncept na podmnožinu $\Delta^{\mathcal{I}}$
 - každú rolu na podmnožinu $\Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$

- $\cdot^{\mathcal{I}}$ je extenzionálna funkcia akk

$$(C \sqcap D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}}$$

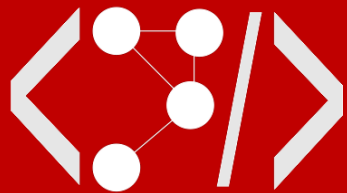
$$(\forall R.C)^{\mathcal{I}} = \{x \in \Delta \mid \forall y. (x, y) \in R^{\mathcal{I}} \Rightarrow y \in C^{\mathcal{I}}\}$$

$$(\exists R)^{\mathcal{I}} = \{x \in \Delta \mid \exists y. (x, y) \in R^{\mathcal{I}}\}$$



Poznámky k definícii

- množina $C^{\mathcal{I}}$ je množina individuálov v rozšírení C
- $x \in C^{\mathcal{I}}$ má rovnakú pravdivostnú hodnotu ako $C(x)$
- $(x, y) \in R^{\mathcal{I}}$ je ekvivalentné $R(x, y)$



Problém subsumpcie

- koncept C **je subsumovaný** konceptom D

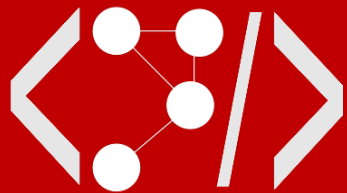
$$C \sqsubseteq D$$

akk

- pre každú doménu $\Delta^{\mathcal{I}}$
- pre každú rozširujúcu funkciu $\cdot^{\mathcal{I}}$ nad $\Delta^{\mathcal{I}}$
- platí

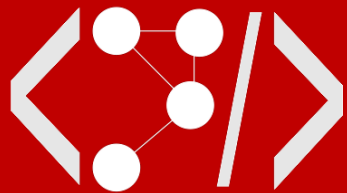
$$C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$$

- t. j. $(\forall x) C(x) \longrightarrow D(x)$



Jednoduché příklady

- $(\text{:and Dospelý Samec}) \sqsubseteq \text{Dospelý}$
- $(\text{:and Dospelý Samec Bohatý}) \sqsubseteq$
 $(\text{:and Dospelý Samec})$
- $(\text{:all MÁ-DIEŤA (:and Dospelý Samec)}) \sqsubseteq$
 $(\text{:all MÁ-DIEŤA Dospelý})$
- $(\text{:and}$
 $(\text{:all MÁ-DIEŤA Dospelý})$
 $(\text{:some MÁ-DIEŤA})) \sqsubseteq$
 $(\text{:all MÁ-DIEŤA Dospelý})$



Jednoduché protipříklady

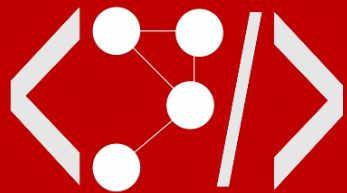
- $(\text{:all MÁ-DIEŤA Dospelý}) \not\equiv (\text{:some MÁ-DIEŤA})$

všetky deti sú
dospelé

vs

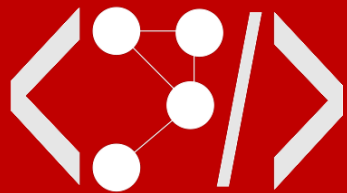
má aspoň 1 dieťa

- $(\text{:some MÁ-DIEŤA}) \not\equiv (\text{:all MÁ-DIEŤA Dospelý})$



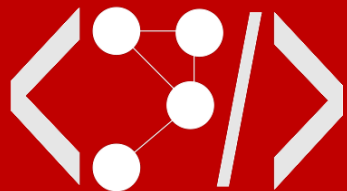
Sumár: kde sa nachádzame

- deskripčné logiky sú formalizáciou OO jazykov
- DL sú jazykmi na úrovni predikátov
 - koncepty
 - roly
- odvodzovanie (**reasoning**)
 - problém subsumpcie
- najjednoduchšia DL z hľadiska štruktúry: $\mathcal{FL}^-$



Aký má zmysel DL?

- ak je predikátový počet použitý bez akýchkoľvek obmedzení
 - strácame štruktúru znalostí
 - bez premenných
 - koncepty sú triedami
 - roly sú vlastnosťami
 - vyjadrovacia sila (expresivita) je priveľká
 - na dobré vlastnosti súvisiace s vypočítateľnosťou
 - na efektívne odvodzovacie procedúry

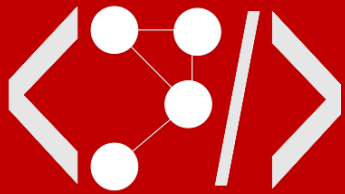


Axiómy, disjunkcie a negácie

$\text{Lektor} \sqsubseteq \neg \text{Študent} \sqcup \text{Profesor}$

$\forall x. \text{Lektor}(x) \rightarrow \neg \text{Študent}(x) \vee \text{Profesor}(x)$

- nutná podmienka pre lektora je
 - nebyť študentom alebo byť profesorom
 - absolvent, ktorý lekturuje nemusí byť profesorom
 - môžeme mať profesora, ktorý nie je absolventom
 - v slovenskom systéme nemožné, v zahraničných áno ;-)

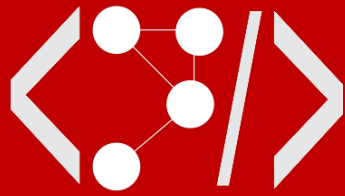


Axiómy, disjunkcie a negácie

$$\text{Lektor} \doteq \neg \text{Študent} \sqcup \text{Profesor}$$

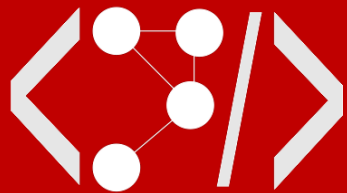
$$\forall x. \text{Lektor}(x) \leftrightarrow \neg \text{Študent}(x) \vee \text{Profesor}(x)$$

- pre atomický koncept na ľavej strane
 - symbol $\sqsubseteq$ reprezentuje **primitívnu definíciu**
 - udáva len nutné podmienky
 - symbol $\doteq$ udáva **skutočnú definíciu**
 - nutné aj postačujúce podmienky



Attributive Concept Language with *ALC* Complements DL

A	$A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$	Primitívny koncept
R	$R^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$	Primitívna rola
$\top$	$\Delta^{\mathcal{I}}$	Top koncept
$\perp$	$\emptyset$	Bottom koncept
$\neg C$	$\Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}}$	Komplement
$C \sqcap D$	$C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}}$	Konjunkcia
$C \sqcup D$	$C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$	Disjunkcia
$\forall R.C$	$\{x \mid \forall y. R^{\mathcal{I}}(x, y) \rightarrow C^{\mathcal{I}}(y)\}$	Všeobecný kvantifikátor
$\exists R.C$	$\{x \mid \exists y. R^{\mathcal{I}}(x, y) \wedge C^{\mathcal{I}}(y)\}$	Existenčný kvantifikátor



Uzavretý jazyk predikátového počtu

- konjunkcia
 - interpretovaná ako prienik množiny individuálov
- disjunkcia
 - interpretovaná ako zjednotenie množiny individuálov
- negácia
 - interpretovaná ako komplement množiny individuálov

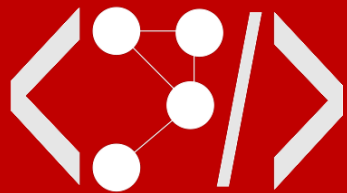
$$\exists R. \top \iff \exists R.$$

$$\neg(C \sqcap D) \iff \neg C \sqcup \neg D$$

$$\neg(C \sqcup D) \iff \neg C \sqcap \neg D$$

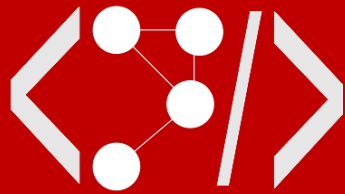
$$\neg(\forall R. C) \iff \exists R. \neg C$$

$$\neg(\exists R. C) \iff \forall R. \neg C$$



Formálna sémantika

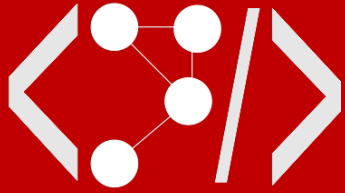
- Interpretácia $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ pozostáva z:
 - domény: neprázdna množina $\Delta^{\mathcal{I}}$
 - interpretačná funkcia mapujúca
 - každý koncept na podmnožinu $\Delta^{\mathcal{I}}$
 - každú rolu na podmnožinu $\Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$
 - každý individuál na prvok z množiny $\Delta^{\mathcal{I}}$
- interpretačná funkcia je **rozširujúcou funkciou** akk spĺňa sémantické definície jazyka



Základné znalosti

$$\Sigma = \langle \text{TBox}, \text{Abox} \rangle$$

- **Terminological Axioms:** $C \sqsubseteq D, C \doteq D$
 - $\text{Student} \doteq \text{Person} \sqcap \exists \text{NAME.String} \sqcap \exists \text{ADDRESS.String} \sqcap \exists \text{ENROLLED.Course}$
 - $\text{Student} \sqsubseteq \exists \text{ENROLLED.Course}$
 - $\exists \text{TEACHES.Course} \sqsubseteq \neg \text{Undergrad} \sqcup \text{Professor}$
- **Membership statements:** $C(a), R(a, b)$
 - $\text{Student}(\text{john})$
 - $\text{ENROLLED}(\text{john}, \text{cs415})$
 - $(\text{Student} \sqcup \text{Professor})(\text{paul})$



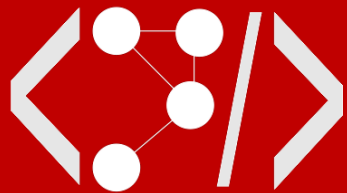
TBox: deskripčná sémantika

- pre TBox je navrhnutých viacero sémantík
 - typické kritérium: povoľujeme cyklické tvrdenia?
- budeme uvažovať sémantiku založenú na klasickej logike

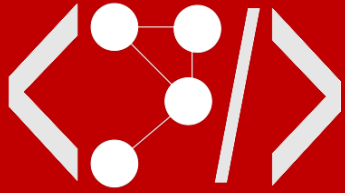
Interpretácia $\mathcal{I}$ spĺňa tvrdenie $C \sqsubseteq D$ ak $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$

Interpretácia $\mathcal{I}$ spĺňa tvrdenie $C \doteq D$ ak $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$

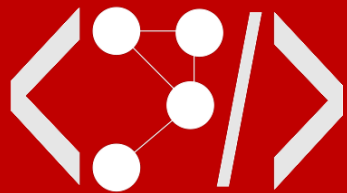
Interpretácia $\mathcal{I}$ je modelom TBoxu, ak spĺňa všetky tvrdenia v ňom.



- Ak $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ je interpretácia, potom platí
 - $C(a)$ je splniteľné v tejto interpretácii ak $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$
 - $R(a, b)$ je splniteľné, ak $(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}}) \in R^{\mathcal{I}}$
- Množina $\mathcal{A}$ obsahujúca **výroky** (assertions) sa nazýva **ABox**
- Interpretáciu nazývame **modelom** ABoxu, ak každý výrok v tomto Aboxe je v nej splniteľný.
- ABox je **splniteľný**, ak má model



- Interpretácia $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ sa nazýva modelom základnej znalosti Σ , ak každá axióma z tejto základnej znalosti je v $\mathcal{I}$ splniteľná
- Základná znalosť je splniteľná, ak má model.



Logická implikácia

- Ak každý model základnej znalosti je modelom výroku φ , označujeme to

$$\Sigma \models \varphi$$

TBox:

$\exists \text{TEACHES.Course} \sqsubseteq$

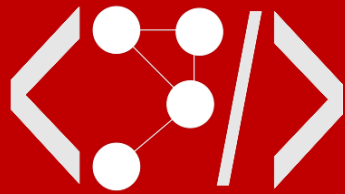
$\neg \text{Undergrad} \sqsubseteq \text{Professor}$

$\Sigma \models \text{Professor}(\text{john})$

ABox:

$\text{TEACHES}(\text{john}, \text{cs415}), \text{Course}(\text{cs415}),$

$\text{Undergrad}(\text{john})$



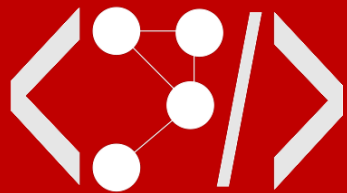
Logické dôsledky: čo ak...

TBox:

$$\exists \text{TEACHES.Course} \sqsubseteq$$
$$\text{Undergrad} \sqcup \text{Professor}$$

ABox:

$$\text{TEACHES}(\text{john}, \text{cs415}), \text{Course}(\text{cs415}),$$
$$\text{Undergrad}(\text{john})$$
$$\Sigma \stackrel{?}{\models} \text{Professor}(\text{john})$$
$$\Sigma \stackrel{?}{\models} \neg \text{Professor}(\text{john})$$

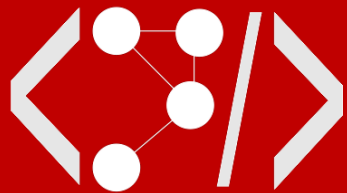


Odvodzovacie procedúry

- Splniteľnosť konceptu
 - je koncept splniteľný v základnej znalosti?
 - existuje model základnej znalosti, ktorý interpretuje koncept do neprázdnej množiny?

$$\Sigma \not\models (C \equiv \perp)$$

Študent $\sqcap$ Osoba

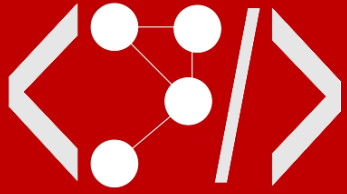


Odvodzovacie procedúry

- Subsumpcia
 - je koncept C subsumovaný konceptom D vzhľadom na základnú znalosť?
 - platí pre každý model základnej znalosti, že

$$C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$$

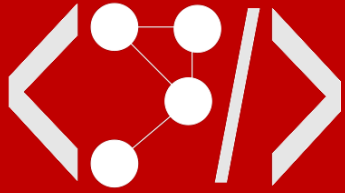
Študent $\sqsubseteq$ Osoba



Odvodzovacie procedúry

- Splniteľnosť
 - má základná znalosť model?
 - otázka, či je základná znalosť splniteľná

Študent $\doteq$ $\neg$ Osoba

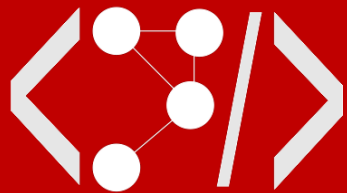


Odvodzovacie procedúry

- Overenie inštancie (instance check)
 - je daný výrok $C(a)$ splniteľný v každom modeli základnej znalosti Σ ?

$$\Sigma \models C(a)$$

Profesor(knuth)

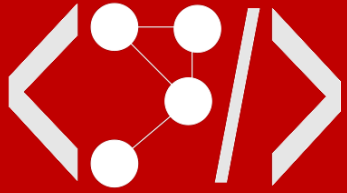


Odvodzovacie procedúry

- Získanie inštancií
 - chceme všetky individuály, pre ktoré je daný koncept splniteľný v danej základnej znalosti

$$\{a \mid \Sigma \models C(a)\}$$

Profesor $\Rightarrow$ {knuth}

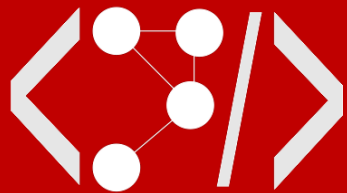


Odvodzovacie procedúry

- Realizácia
 - chceme všetky koncepty, ktoré sú s daným individuálom splniteľné v danej základnej znalosti

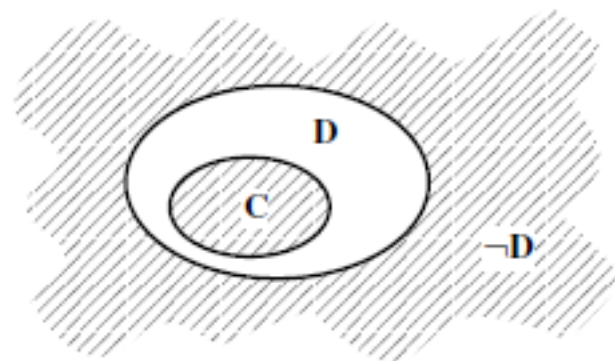
$$\{C \mid \Sigma \models C(a)\}$$

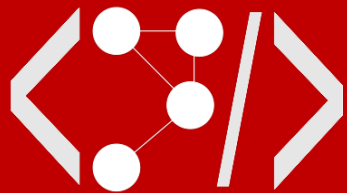
knuth => Profesor



Redukcia na splniteľnosť

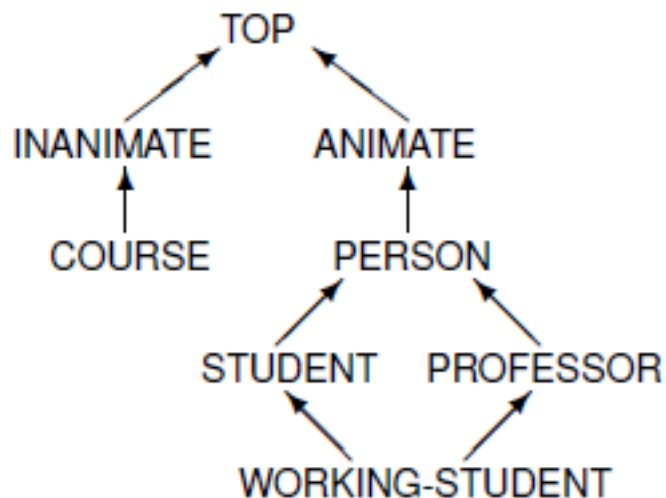
- niektoré odvodzovacie procedúry vieme previesť na problém splniteľnosti
- **splniteľnosť** konceptu: $\Sigma \not\models (C \equiv \perp)$
 - ekvivalentné problému:
 - existuje x také, že $\Sigma \cup \{C(x)\}$ má model
- **sumsumpcia** $\Sigma \models C \subseteq D$
 - ekvivalentné problému
 - $\Sigma \cup \{(C \sqcap \neg D))(x)\}$ nemá žiaden model





Redukcia na splniteľnosť

- niektoré odvodzovacie procedúry vieme previesť na problém splniteľnosti
- **overenie inštancie** $\Sigma \models C(a)$
 - ekvivalentné problému:
 - existuje x také, že $\Sigma \cup \{\neg C(a)\}$ nemá model

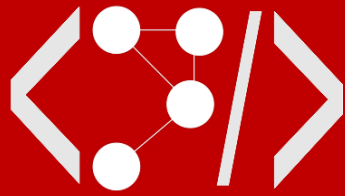


Taxonómie

Taxonómia

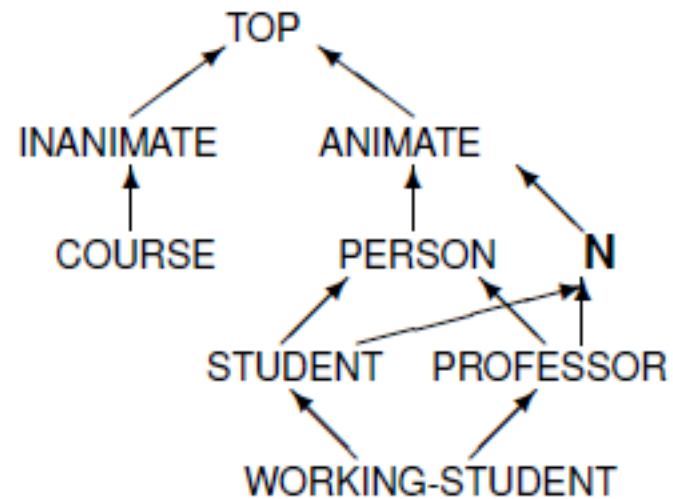
Minimálna relácia nad množinou pomenovaných konceptov taká, že jej reflexívno-tranzitívny uzáver je reláciou sumsumpcie.

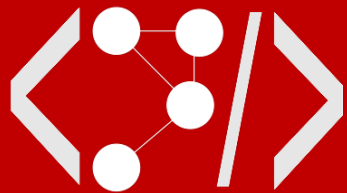
- subsumpcia je relácia čiastočného usporiadania na množine konceptov
- ak berieme do úvahy len pomenované koncepty, subsumpcia indukuje taxonómiu, kde explicitne kreslíme len priame subsumpčné vzťahy



Taxonómie

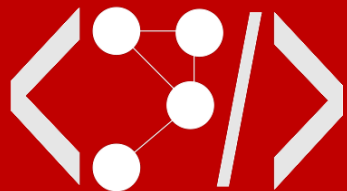
$$N \doteq \text{ANIMATE} \sqcap (\text{STUDENT} \sqcup \text{PROFESSOR})$$





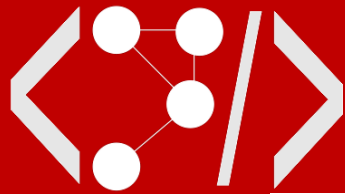
Klasifikácia

- Pre daný koncept C a TBox T a pre všetky koncepty D z TBoxu T chceme zistiť, či D subsumuje C alebo D je subsumované C .
- Intuitívne: chceme nájsť správne miesto pre koncept C v taxonómii, ktorá je implicitne daná v Tboxe
- Klasifikácia: úloha vkladania nových konceptov do taxonómie
 - Triedenie nad čiastočným usporiadaním



Odvodzovacie procedúry

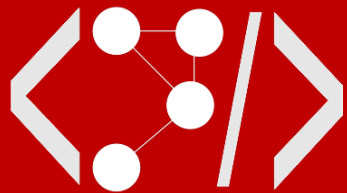
- Konečné, efektívne a úplné algoritmy pre rozhodnutie splniteľnosti sú k dispozícii.
 - rovnako pre ostatné spomenuté odvodzovacie procedúry
 - založené na technikách tableaux kalkulu
- úplnosť je dôležitá pre použitie deskriptčných logík v reálnych aplikáciách
- tieto algoritmy sú efektívne pre priemerné základné znalosti
 - a to i v prípade, že problém v príslušnej logike je z PSPACE, resp. EXPTIME



Niektoré rozšírenia ALC

Constructor	Syntax	Semantics
concept name	A	$A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$
top	$\top$	$\Delta^{\mathcal{I}}$
bottom	$\perp$	$\emptyset$
conjunction	$C \sqcap D$	$C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}}$
disjunction ($\mathcal{U}$)	$C \sqcup D$	$C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$
negation ($\mathcal{C}$)	$\neg C$	$\Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}}$
universal	$\forall R.C$	$\{x \mid \forall y : R^{\mathcal{I}}(x, y) \rightarrow C^{\mathcal{I}}(y)\}$
existential ($\mathcal{E}$)	$\exists R.C$	$\{x \mid \exists y : R^{\mathcal{I}}(x, y) \wedge C^{\mathcal{I}}(y)\}$
cardinality ($\mathcal{N}$)	$\geq n R$	$\{x \mid \#\{y \mid R^{\mathcal{I}}(x, y)\} \geq n\}$
	$\leq n R$	$\{x \mid \#\{y \mid R^{\mathcal{I}}(x, y)\} \leq n\}$
qual. cardinality ($\mathcal{Q}$)	$\geq n R.C$	$\{x \mid \#\{y \mid R^{\mathcal{I}}(x, y) \wedge C^{\mathcal{I}}(y)\} \geq n\}$
	$\leq n R.C$	$\{x \mid \#\{y \mid R^{\mathcal{I}}(x, y) \wedge C^{\mathcal{I}}(y)\} \leq n\}$
enumeration ($\mathcal{O}$)	$\{a_1 \dots a_n\}$	$\{a_1^{\mathcal{I}}, \dots, a_n^{\mathcal{I}}\}$
selection ($\mathcal{F}$)	$f : C$	$\{x \in \text{Dom}(f^{\mathcal{I}}) \mid C^{\mathcal{I}}(f^{\mathcal{I}}(x))\}$

($\mathcal{ALC}$ has same expressivity as $\mathcal{ALCUE}$)



Reštrikcie v kardinalitách

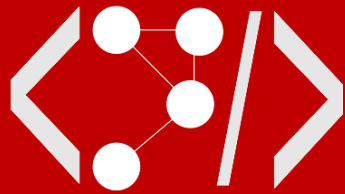
- Kvantifikátory v rolách nedokážu pokryť niektoré prípady
- „Žena má aspoň tri [najviac 5] detí“

$$\text{Busy} - \text{Woman} \doteq \text{Woman} \sqcap (\geq 3 \text{ CHILD})$$

$$\text{Conscious} - \text{Woman} \doteq \text{Woman} \sqcap (\leq 5 \text{ CHILD})$$

- Ide o rozšírenie klasických kvantifikátorov

$$(\geq 1 R) \iff (\exists R.)$$



Reštrikcie v kardinalitách

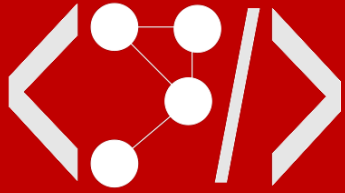
- $\text{Busy-Woman} \doteq \text{Woman} \sqcap (\geq 3 \text{ CHILD})$
- $\text{Conscious-Woman} \doteq \text{Woman} \sqcap (\leq 5 \text{ CHILD})$

$\text{Busy-Woman}(\text{mary})$

$\text{busy-woman} : \text{Woman},$ $\text{CHILD} : \geq_3 \text{ Person}$

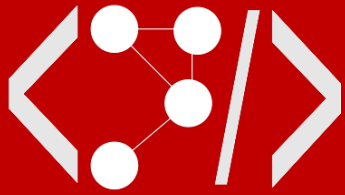
$\text{mary} : \text{Woman},$ $\text{CHILD} : \text{john},$ $\text{CHILD} : \text{sue},$ $\text{CHILD} : \text{karl}$
--

$\models \text{Conscious-Woman}(\text{mary})$?



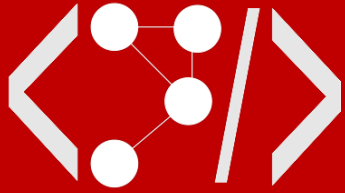
Roly ako funkcie

- Rola je funkcionálna, ak filler má funkčnú závislosť na individuále
 - ak rolu možno považovať za funkciu
 - $R(x,y)$ je ekvivalentné $f(x) = y$
- roly MÁ-POTOMKA a JE-RODIČOM nie sú funkcionálne
- roly JE-MATKOU a MÁ-VEK sú funkcionálne
- ak je rola funkcionálna, označujeme operátorom selekcie $\exists f.C \equiv f : c$



Individuály

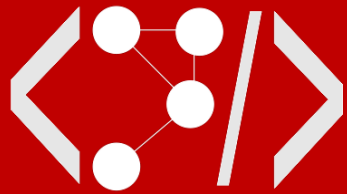
- predpokladáme, že v každej interpretácii označujú rozličné individuály rôzne prvky
- pre každú dvojicu individuálov a, b a pre každú interpretáciu I platí, že ak $a \neq b$, potom $a^I \neq b^I$
- Unique Name Assumption: predpoklad rozličných mien
- obvyklé v databázových aplikáciách



Individuály

- Koľko detí má táto rodina?
- Rodina(r)
- Je-otcom(r, ján), Je-matkou(r, zuzana)
- Je-synom(r, paľo), Je-synom(r, juraj),
- Je-synom(r, andrej)

$$\models (\geq 3 \text{ Je-synom})(r)$$



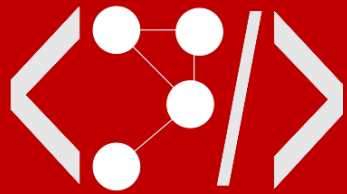
Vymenované typy

$\text{Weekday} \doteq \{\text{mon}, \text{tue}, \text{wed}, \text{thu}, \text{fri}, \text{sat}, \text{sun}\}$

$\text{Weekday}^I = \{\text{mon}^I, \text{tue}^I, \text{wed}^I, \text{thu}^I, \text{fri}^I, \text{sat}^I, \text{sun}^I\}$

$\text{Citizen} \doteq (\text{Person} \sqcap \forall \text{LIVES}.\text{Country})$

$\text{French} \doteq (\text{Citizen} \sqcap \forall \text{LIVES}.\{\text{france}\})$



Vztáh logiky a OO modelu

Student

Person	
name:	[String]
address:	[String]
enrolled:	[Course]

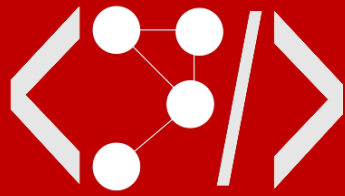
$\text{Student} \doteq \text{Person} \sqcap$

$\text{NAME} : \text{String} \sqcap$

$\forall \text{ADDRESS}.\text{String} \sqcap$

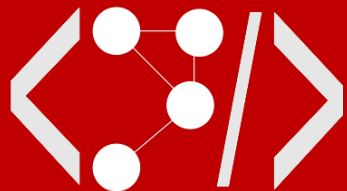
$\geq 1 \text{ ADDRESS} \sqcap$

$\exists \text{ENROLLED}.\text{Course}$



Niektoré konštruktory pre rolové výrazy

Constructor	Syntax	Semantics
role name	P	$P^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$
conjunction	$R \sqcap S$	$R^{\mathcal{I}} \cap S^{\mathcal{I}}$
disjunction	$R \sqcup S$	$R^{\mathcal{I}} \cup S^{\mathcal{I}}$
negation	$\neg R$	$\Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}} \setminus R^{\mathcal{I}}$
inverse	R^{-}	$\{(x, y) \in \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}} \mid (y, x) \in R^{\mathcal{I}}\}$
composition	$R \circ S$	$\{(x, y) \in \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}} \mid \exists z. (x, z) \in R^{\mathcal{I}} \wedge (z, y) \in S^{\mathcal{I}}\}$
range	$R _C$	$\{(x, y) \in \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}} \mid (x, y) \in R^{\mathcal{I}} \wedge y \in C^{\mathcal{I}}\}$
product	$C \times D$	$\{(x, y) \in C^{\mathcal{I}} \times D^{\mathcal{I}}\}$



Rozšírenia deskripčných logík

- implicitné hodnoty (defaults)
- beliefs (viera)
- pravdepodobnostné odvodzovanie a odvodzovanie založené na podobnosti
- epistemické tvrdenia
 - individuály, o ktorých vieme, že spĺňajú koncepty
- closed world assumption
- záznamy, množiny, kolekcie, agregácie
- konkrétne domény
 - tvrdenia závisia od domény
- ontologické primitívy
 - čas a akcie
 - priestor
 - časti a celky